

Programmation avancée

Récurtivité

Walter Rudametkin

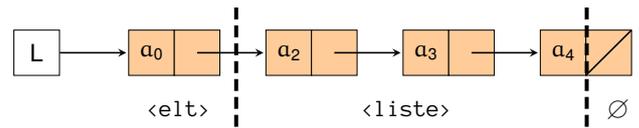
Walter.Rudametkin@polytech-lille.fr
<https://rudametw.github.io/teaching/>

Bureau F011
 Polytech'Lille

CM4

1/20

La récurtivité: Liste chaînée



- Structure de données réursive :
 $\langle \text{liste} \rangle ::= \langle \text{elt} \rangle \langle \text{liste} \rangle \mid \emptyset$

Déclaration

```
type Liste = pointeur de Cellule
type Cellule = structure
    valeur : <T>
    suivant : Liste
fin
```

Récurtivité croisée
 (ou indirecte)

2/20

La récurtivité

- Une entité (SD, algorithme) est réursive si elle se définit à partir d'elle même
- Algorithmes réursifs (exemple : factorielle, fibonacci)

Exemple d'algo réursive: Factorielle

- Analyse réursive
 - $n! = n * (n - 1)!$
 - $0! = 1$
- Écriture fonctionnelle
 - $\text{fact}(n) = n * \text{fact}(n-1)$
 - Cas générale, réursif
 - $\text{fact}(0) = 1$
 - Cas primitif, terminal

3/20

Factorielle

Algorithme

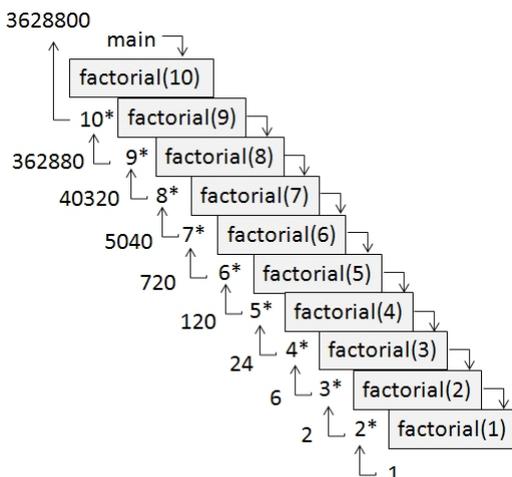
```
fonction fact(n) : entier
    D : n : entier
    L : f : entier
    si n = 0 alors
        f ← 1
    sinon
        f ← n * fact(n-1)
    fsi
    retourner(f)
ffonction
```

Fonction en C

```
int fact (int n) {
    if (n==0)
        return 1;
    else
        return(n * fact(n-1));
}
```

4/20

Exemple d'exécution d'une factorielle



5/20

Conception réursive d'algorithmes

3 parties

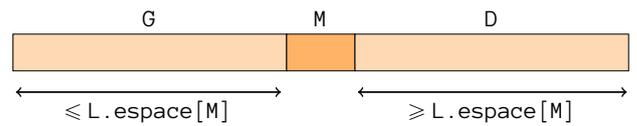
- **Cas généraux réursifs:**
 Résolution du problème par lui même
- **Cas terminaux non réursifs:**
 Résolution immédiate du problème)
- **Conditions de terminaison**

6/20

Exemple : Suite de Fibonacci

7/20

Recherche dichotomique dans une liste contiguë: trouver l'élément x



- ▶ Dichotomie sur L.espace
- ▶ **Cas général:** $X \neq L.espace[M] \Rightarrow$ dichotomie à gauche ou à droite
- ▶ **Cas terminal :** $X = L.espace[M]$
- ▶ **Condition de terminaison :** $G > D$ (non trouvé)

8/20

Recherche dichotomique: liste contiguë

```
Action Dichotomie(L,X,G,D,pos,existe)
D : L : liste contiguë d'entiers
  X, G, D : entier
R : pos: entier ; existe : booléen
L : M : entier
Si G>D Alors
  existe ← faux
Sinon
  M ← (G + D) / 2
  Si X = L.espace[M] Alors
    existe ← vrai
    pos ← M
  Sinon
    Si X < L.espace[M] Alors
      dichotomie(L,X,G,M-1,pos,existe)
    Sinon
      dichotomie(L,X,M+1,D,pos,existe)
  Fsi
Fsi
Faction
```

9/20

Récurtivité sur les listes

SD récurtives \Rightarrow algorithmes récurtifs

▶ $\langle \text{liste} \rangle ::= \emptyset \mid \langle \text{elt} \rangle \langle \text{liste} \rangle$

où :

- ▶ $\emptyset \rightarrow$ cas terminal
- ▶ $\langle \text{elt} \rangle \rightarrow$ traitement de l'élément (éventuellement cas terminal)
- ▶ $\langle \text{liste} \rangle \rightarrow$ traitement récurtif (cas général)

10/20

Récurtivité sur les listes

Longueur d'une liste

- ▶ $L = \langle \text{elt} \rangle \langle \text{liste} \rangle$
longueur(L) = 1 + longueur(L↑•suivant)
- ▶ $L = \emptyset$
longueur(L) = 0

Algorithme

```
fonction longueur (L) : entier
  D : L : liste
  Si L = NULL Alors
    retourner(0)
  Sinon
    retourner(1 + longueur(L↑•suivant))
  Fsi
ffonction
```

11/20

La récurtivité : inverser() récurtive

Inverser une suite de caractères

- ▶ $s = \langle c_1, c_2, \dots, c_n, \bullet \rangle : \text{inverser} \langle c_n, \dots, c_2, c_1 \rangle$
- ▶ cas généraux et terminaux ? conditions de terminaison ?

Algorithme

```
Action inverser()
  L : c : caractère
  lire(c)
  Si c ≠ '•' Alors
    inverser()
  écrire(c)
  Fsi
Faction
```

12/20

La récursivité : inverser() itérative

- ▶ mémoriser les caractères lus séquentiellement
- ▶ les restituer en ordre inverse de leur mémorisation
- ▶ ⇒ mémorisation en pile

Algorithme

```
Action inverser()
  L: c : caractère, P : Pile de caractères
  lire(c)
  TQ c ≠ '.'
    Faire empiler(P, c); lire(c);
  Fait
  {restituer en ordre inverse}
  TQ non pileVide(P) Faire
    dépiler(P,c) ; écrire(c);
  Fait
Faction
```

13/20

La récursivité : pile d'exécution d'un langage

- ▶ Mémorise le contexte appelant lors d'un appel de fonction
- ▶ Restitue ce contexte lors du retour

Exemple

```
void inverse(){
  char c;
  c = getchar();
  if (c != '.') {
    inverse(); putchar(c);
  }
}
```

14/20

La récursivité : pile d'exécution d'un langage

Schéma d'exécution

15/20

La récursivité : conséquences

- ▶ Fournit une méthode pour traduire itérativement (à l'aide d'une pile) des algorithmes récursifs = la dérécursivisation
- ▶ Récursivité ⇒ surcoût dû à la pile
 - ▶ exemple : dichotomie, factorielle, longueur
 - ▶ nonexemple : inverser (en général pour une récursivité non terminale)
- ▶ Intérêt général quand elle facilite l'analyse algorithmique d'un problème (récursif par nature; ex : SD récursive)
- ▶ Intérêt pour la parallélisation des tâches

16/20

La récursivité : insertion liste ordonnée

Insertion de x dans une liste ordonnée

- ▶ $L = \emptyset \Rightarrow L = \langle x \rangle$
- ▶ $L = \langle elt \rangle \langle L' \rangle$
 - ▶ $x \leq \langle elt \rangle \Rightarrow L = \langle x, elt \rangle \langle L' \rangle$
 - ▶ $x > \langle elt \rangle \Rightarrow$ insérer x dans $\langle L' \rangle$

17/20

La récursivité : insertion liste ordonnée

```
Action insérer(L, x)
  D/R : L : liste de <T>
  D : x : <T>
  Si L =  $\emptyset$  Alors
    ajoutTête(L, x)
  Sinon
    Si  $x \leq L \uparrow \bullet$  valeur Alors
      ajoutTête(L, x)
    Sinon
      insérer(L  $\uparrow$   $\bullet$  suivant, x)
  Fsi
Faction
```

18/20

La récursivité : insertion liste ordonnée

```
1 void inserer(liste *pL, int x){
2     if ( (*pL == NULL) || (x <= (*pL)->valeur) )
3         ajoutTête(pL, x);
4     else
5         inserer( &(*pL)->suisvant, x);
6 }
7
8 void ajoutTête(liste *pL, int x){
9     Pcellule pt;
10    pt = malloc(sizeof(*pt));
11    pt->valeur = x;
12    pt->suisvant = *pL;
13    *pL = pt;
14 }
```

19/20

La récursivité : insertion liste ordonnée

Schéma d'exécution

20/20