Programmation avancée

Recursivité

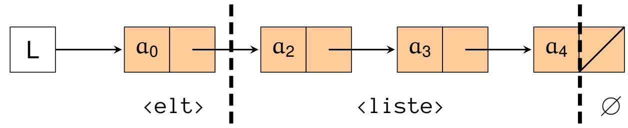
Walter Rudametkin

Walter.Rudametkin@polytech-lille.fr
https://rudametw.github.io/teaching/

Bureau F011
Polytech Lille

CM4

La récursivité: Liste chaînée



- Structure de données récursive :
  <liste> ::= <elt> <liste> | ∅

Déclaration

```
type Liste = pointeur de Cellule
type Cellule = structure
     valeur : <T>
     suivant : Liste
fin
```

Récursivité croisée (ou indirecte)

La récursivité

- Une entité (SD, algorithme) est récursive si elle se définit à partir d'elle même
- Algorithmes récursifs (exemple : factorielle, fibonacci)

Exemple d'algo récursive: Factorielle

- Analyse récurrente
  - $n! = n * (n-1)!$
  - $0! = 1$
- Écriture fonctionnelle
  - `fact(n) = n * fact(n-1)` — Cas général, récursif
  - `fact(0) = 1` — Cas primitif, terminal

Factorielle

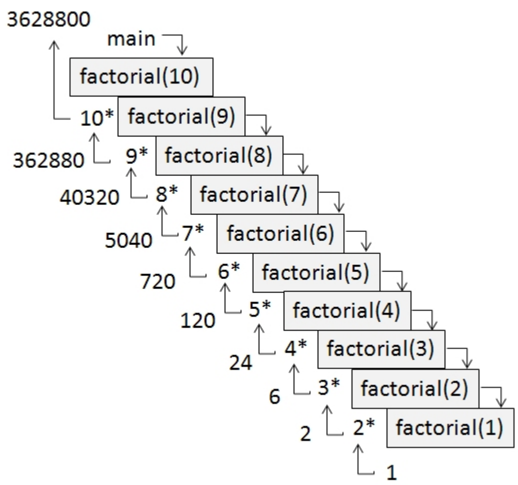
Algorithme

```
fonction fact(n) : entier
   D : n : entier
   L : f : entier
   si n = 0 alors
      f ← 1
   sinon
      f ← n * fact(n1)
   fsi
   retourner(f)
ffonction
```

Fonction en C

```
int fact (int n) {
   if (n==0)
      return 1;
   else
      return(n * fact(n-1));
}
```


Exemple d'exécution d'une factorielle



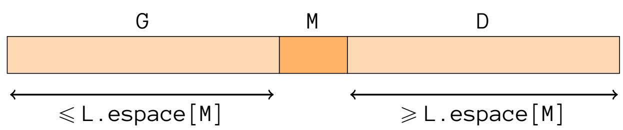
Conception récursive d'algorithmes

3 parties

- **Cas généraux récursifs:**
  Résolution du problème par lui même
- **Cas terminaux non récursifs:**
  Résolution immédiate du problème)
- **Conditions de terminaison**

Exemple : Suite de Fibonacci

Recherche dichotomique dans une liste contiguë: trouver l'élément x



- Dichotomie sur `L.espace`
- **Cas général:** `X ≠ L.espace[M]` ⇒ dichotomie à gauche ou à droite
- **Cas terminal :** `X = L.espace[M]`
- **Condition de terminaison :** `G > D` (non trouvé)

Recherche dichotomique: liste contiguë

```
Action Dichotomie(L,X,G,D,pos,existe)
   D : L : liste contiguë d'entiers
       X, G, D : entier
   R : pos: entier ; existe : booléen
   L : M : entier
   Si G>D Alors
      existe ← faux
   Sinon
      M ← (G + D) / 2
      Si X = L.espace[M] Alors
         existe ← vrai
         pos ← M
      Sinon
         Si X < L.espace[M] Alors
            dichotomie(L,X,G,M-1,pos,existe)
         Sinon
            dichotomie(L,X,M+1,D,pos,existe)
         Fsi
      Fsi
   Fsi
Faction
```


Récursivité sur les listes

SD récursives ⇒ algorithmes récursifs

- ‹liste› ::= ∅ | ‹elt› ‹liste›

  où :
  - ∅ → cas terminal
  - ‹elt› → traitement de l'élément (éventuellement cas terminal)
  - ‹liste› → traitement récursif (cas général)

Récursivité sur les listes

Longueur d'une liste

- L = ‹elt› ‹liste›
  longueur(L) = 1 + longueur(L↑ •suivant)
- L = ∅
  longueur(L) = 0

Algorithme

```
fonction longueur (L) : entier
   D : L : liste
   Si L = NULL Alors
      retourner(0)
   Sinon
      retourner(1 + longueur(L↑ •suivant))
   Fsi
ffonction
```


La récursivité : inverser() récursive

Inverser une suite de caractères

- $s = < c_1, c_2, \ldots, c_n, \bullet >$: inverser $< c_n, \ldots, c_2, c_1 >$
- cas généraux et terminaux ? conditions de terminaison ?

Algorithme

```
Action inverser()
   L : c : caractère
   lire(c)
   Si c ≠ '•' Alors
      inverser()
      écrire(c)
   Fsi
Faction
```


La récursivité : inverser() itérative

- mémoriser les caractères lus séquentiellement
- les restituer en ordre inverse de leur mémorisation
- ⇒ mémorisation en pile

Algorithme

```
Action inverser()
   L: c : caractère, P : Pile de caractères
   lire(c)
   TQ c ≠ '•'
      Faire empiler(P, c); lire(c);
   Fait
   {restituer en ordre inverse}
   TQ non pileVide(P) Faire
      dépiler(P,c) ; écrire(c);
   Fait
Faction
```


La récursivité : pile d'exécution d'un langage

- Mémorise le contexte appelant lors d'un appel de fonction
- Restitue ce contexte lors du retour

Exemple

```
void inverse(){
   char c;
   c = getchar();
   if (c != '.') {
      inverse() ; putchar(c);
   }
}
```


La récursivité : pile d'exécution d'un langage

Schéma d'exécution

La récursivité : conséquences

- Fournit une méthode pour traduire itérativement (à l'aide d'une pile) des algorithmes récursifs = la dérécursivisation
- Récursivité ⇒ surcoût dû à la pile
  - exemple : dichotomie, factorielle, longueur
  - contre-exemple : inverser (en général pour une récursivité non terminale)
- Intérêt général quand elle facilite l'analyse algorithmique d'un problème (récursif par nature; ex : SD récursive)
- Intérêt pour la parallélisation des tâches

La récursivité : insertion liste ordonnée

Insertion de x dans une liste ordonnée

- L = $\emptyset \Rightarrow$ L = ‹x›
- L = ‹elt› ‹L'›
  - x $\leqslant$ ‹elt› $\Rightarrow$ L = ‹x, elt› ‹L'›
  - x $>$ ‹elt› $\Rightarrow$ insérer x dans ‹L'›

La récursivité : insertion liste ordonnée

```
Action insérer(L, x)
    D/R : L : liste de ‹T›
    D : x : ‹T›
    Si L = ∅ Alors
        ajoutTête(L, x)
    Sinon
        Si x ⩽ L↑•valeur Alors
            ajoutTête (L, x)
        Sinon
            insérer(L↑•suivant, x)
        Fsi
    Fsi
Faction
```


La récursivité : insertion liste ordonnée

```c
void inserer(liste *pL, int x){
    if ( (*pL == NULL) || (x <= (*pL)->valeur) )
         ajoutTête(pL, x);
    else
        inserer( &(*pL)->suivant, x);
}

void ajoutTête(liste *pL, int x){
    Ptcellule pt;
    pt = malloc(*pt);
    pt->valeur = x;
    pt->suivant = *pL;
    *pL = pt;
}
```


La récursivité : insertion liste ordonnée

Schéma d'exécution